



Rectificación de Imágenes basada en Objetos Circulares

Image Rectification based on Circular Objects

José Luis Lerma, Rafael Castellet

ETSI Geodésica, Cartográfica y Topográfica. Universidad Politécnica de Valencia. C° de Vera, s/n. Edificio 7i. 46022 Valencia, Spain, jllerma@cgf.upv.es, racasgi@topo.upv.es

RESUMEN

El presente artículo aborda la rectificación bidimensional de imágenes digitales sin la necesidad de capturar puntos de apoyo. Para conseguir dicho fin, la imagen fotográfica debe contener algún elemento que sepamos que en el espacio objeto/terreno es circular. Esta característica se produce con frecuencia en trabajos de fotogrametría terrestre que requieren procesos de rectificación, por ejemplo, cuando nos encontramos con rosetones en iglesias, ventanales circulares en edificación, tapas de tuberías o conductos en carreteras y aceras, etc. En dichas ocasiones, la medición de puntos sobre la imagen permite determinar la modelización matemática a partir de la cual transformar geoméricamente la imagen digital para dotarla de valor métrico (sin escala). La fijación de la escala requiere el que se mida al menos una distancia en el espacio objeto/terreno. Este artículo detalla la modelización matemática del método y muestra varios ejemplos que demuestran su utilidad práctica.

1. INTRODUCCION

La rectificación proyectiva de imágenes bidimensionales es una tarea muy demandada en entornos de documentación patrimonial, principalmente arquitectónica y arqueológica. Dicho requerimiento exige que el objeto sea plano, o que pueda ser descompuesto en objetos planos.

El proceso de rectificación se puede realizar de manera expedita utilizando procedimientos manuales, por ejemplo, mediante programas de edición gráfica tipo Adobe PhotoShop. O de manera rigurosa, a partir de las ecuaciones de la transformación proyectiva bidimensional (Lerma, 2002). Este último modo de actuar es el habitual en los programas fotogramétricos, precisándose para ello las coordenadas terreno de al menos 4 puntos de apoyo.

El trabajo que presentamos supone una alternativa al procedimiento clásico de rectificación 2D, particularizado al caso de la rectificación de objetos circulares. En dicho supuesto, la medición en campo de al menos una distancia es el único dato terreno requerido. A continuación se desarrolla la metodología que permite alcanzar la rectificación métrica de objetos circulares planos prescindiendo de puntos de apoyo.

2. METODOLOGÍA

Supóngase que disponemos de una fotografía en la que aparece un objeto circular cualquiera, y que queremos proceder a transformar la imagen para poder medir sobre ella. Lo normal es que el eje óptico de la toma fotográfica no sea ortogonal al plano definido por el objeto circular. Por tanto, dicho objeto tendrá una forma elíptica debido a la oblicuidad en la toma. El primer paso consistirá en obtener la ecuación general de la cónica (elipse, Apartado 3) a partir de la medición en el espacio imagen de una nube de puntos pertenecientes al objeto (Fig. 1).



(a) Imagen original



(b) Medición de 12 puntos sobre el objeto a rectificar

Figura 1.- Proceso de medición de puntos sobre una tapa de una alcantarilla.

Una vez se haya determinado dicha ecuación resultará sencillo calcular los semiejes principales de la elipse (a, b) y el ángulo de rotación (α), entre otros. A partir de dichos parámetros podremos encerrar la figura en un rectángulo de vértices PQRS. Como sabemos que dicha elipse pasará a ser una circunferencia cuando el objeto esté rectificado (tal y como sucede en el espacio objeto), aplicaremos las condiciones de igualdad de lados y de ortogonalidad a la figura circunscrita para hallar el cuadrado de vértices P'Q'R'S' (que encierra una circunferencia).

La ventaja de este método es que no requiere puntos de apoyo. Sin embargo, la formación del sistema de ecuaciones sí que precisa conocer dos conjuntos de coordenadas, unas de entrada (a rectificar) y otras de referencia (que se utilizarán como patrón). Se adoptará en este caso como coordenadas a rectificar las de los 4 puntos PQRS y como referencia las de las 4 esquinas del cuadrado P'Q'R'S'.

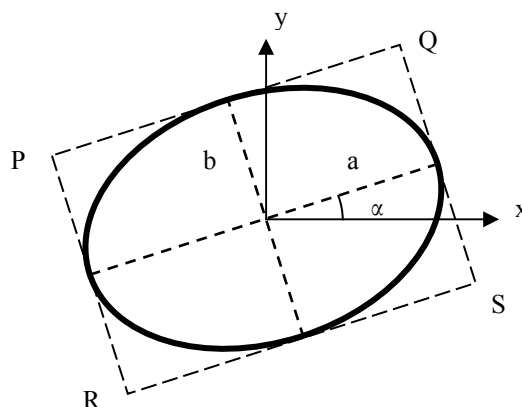


Figura 2.- Rectángulo PQRS que envuelve a una elipse cualquiera de semiejes a y b.

3. OBTENCIÓN DE LA ECUACIÓN GENERAL DE LA CÓNICA

La expresión matemática de una elipse puede definirse únicamente con 5 puntos, medidos de forma homogénea, mediante el cálculo del haz de cónicas que pasa por cuatro de esos puntos para finalmente imponer la condición de que pase por el punto restante. Para que el resultado sea satisfactorio, la medición de los puntos debe ser lo más precisa posible, y así el margen de error en la medición sea mínimo.

En este caso se propone otra metodología más avanzada que hará que el resultado sea más fiable y preciso. Dicho método consiste en la medición sobre la imagen de una nube de puntos alrededor del objeto a rectificar. Cuanto mayor sea el número de puntos medidos mejor será el resultado.

Conocida la ecuación general de una cónica,

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

y con las coordenadas imagen de cada punto capturado se generará una matriz A de dimensiones m (filas) por n (columnas). El número de filas m corresponderá al número de puntos medidos, mientras que el número de columnas n será siempre 6 (parámetros de la ecuación de la cónica). El esquema de la matriz será el siguiente:

$$A = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 y_2 & y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_m^2 & x_m y_m & y_m^2 & x_m & y_m & 1 \end{bmatrix}$$

El sistema a resolver es $Ax = 0$, siendo $x = (a, b, c, d, e, f)^T$ el vector de incógnitas. Una vez se resuelva el sistema, se habrá obtenido los parámetros que constituyen la ecuación general de la elipse. El método al que recurrimos para resolver el sistema es la *descomposición en valores singulares* (Hartley y Zisserman, 2004). Dicho método consiste en descomponer la matriz A como UDV^T , siendo U una matriz ortogonal de dimensiones $m \times n$, D una matriz diagonal $n \times n$ que contiene los valores singulares de A y V^T otra matriz ortogonal de dimensiones $n \times n$ que contiene los vectores singulares correspondientes. Los valores singulares de A están definidos de forma única aunque U y V no sean únicas. La solución mínimo-cuadrática será el vector singular que corresponde al valor singular más pequeño proporcionado por la matriz D . No es necesaria la realización de ajustes iterativos ya que con un único ajuste se consigue la mejor solución posible. Finalmente los parámetros obtenidos en el vector solución deberán sustituirse en la ecuación general de la cónica.

En la figura 1b se aprecia claramente cada uno de los puntos medidos así como la representación gráfica de la elipse más próxima, resultante de la descomposición que pasa por ellos. Además también se muestran los cuatro vértices del rectángulo PQRS que encierra la elipse.

4. APLICACIÓN PRÁCTICA

A continuación se muestra la aplicación de esta metodología en cuatro escenarios diferentes:

- 4.1. La rectificación de la fachada principal de una iglesia que presenta un rosetón arriba del pórtico.
- 4.2. La rectificación de la pared de un edificio modernista.
- 4.3. La rectificación de un objeto circular cualquiera, en concreto, una señal de tráfico.
- 4.4. La rectificación de tapas de alcantarillado.

De esta manera, se demuestra que la metodología es extensiva a la rectificación de cualquier objeto circular contenido en un solo plano.

4.1. La primera aplicación consiste en la rectificación del rosetón de la iglesia gótica de los Santos Juanes en Valencia (Figura 3). La iglesia, que es conocida como San Juan del Mercado, se encuentra frente a la Lonja de Valencia y junto al Mercado Central. Este edificio es de origen gótico y ha sufrido dos incendios a lo largo de su historia. Después del segundo incendio producido en el siglo XVI, la iglesia fue reedificada en estilo barroco con la intervención del maestro Vicente García. Tiene una sola nave cubierta con bóvedas de crucería. Antonio Palomino pintó al fresco la bóveda y el ábside de la iglesia, sin embargo el ábside permanece en blanco desde que medio siglo atrás se llevaron los frescos a Barcelona para ser restaurados, sin que hoy en día se conozca su paradero.



(a) Imagen original



(b) Imagen rectificada



(c) Extracción del rosetón rectificado

Figura 3.- Rectificación parcial de una fotografía aprovechando la geometría del rosetón.

4.2. La siguiente aplicación hace referencia a la rectificación de un ventanal de un edificio (Figura 4).



(a) Imagen original



(b) Imagen rectificada



(c) Extracción de la ventana rectificada

Figura 4.- Rectificación de una ventana circular.

4.3. En este caso se ha capturado la imagen de una señal urbana con forma circular (Figura 5) que hace referencia a un camino reservado para peatones situado en la Universidad Politécnica de Valencia.



(a) Imagen original



(b) Extracción de la señal rectificada

Figura 5.- Rectificación de una señal urbana.

4.4. El cuarto ejemplo muestra la rectificación de una tapa de alcantarilla (Figura 6). La aplicación de la rectificación de suelos sobre asfalto o aceras puede tener repercusiones de aplicación inmediata en escenarios propios de otras especialidades, como son los estudios forenses o los análisis de accidentes de tráfico



(a) Imagen original



(b) Extracción de la tapa rectificada

Figura 6.- Rectificación de una tapa de alcantarillado.

5. DISCUSIÓN

El método que se propone es muy efectivo en tanto que solo requiere la existencia de algún elemento circular (en el espacio objeto) presente en la imagen fotográfica. La medición de dichos puntos puede hacerse de manera manual, semiautomática o automática. Los resultados que se muestran en este trabajo se han llevado a cabo siguiendo procedimientos manuales, pero que, debido al número reducido de puntos que se precisa, acaba convirtiéndose en un método de procesamiento y rectificación de imágenes digitales rápido, sencillo y eficaz en tanto que la simple medición de una distancia objeto permite poner a escala y poder medir los elementos contenidos en el plano de rectificación.

Entre los aspectos a considerar cabe destacar el emplazamiento de los elementos circulares a la hora de realizar la toma fotogramétrica, así como el número de los mismos. Evidentemente, la existencia de varios elementos circulares repartidos por toda la fotografía facilita la determinación de la mejor transformación geométrica, que, por extensión, puede ser aplicada al conjunto de la superficie (plana).

6. CONCLUSIÓN

La rectificación de objetos circulares es un método alternativo al proceso de transformación proyectiva de objetos planos a partir de 4 o más puntos de referencia o apoyo. Por tanto, abre las posibilidades de la rectificación de imágenes a especialistas poco habituados a procedimientos topográficos, siempre y cuando se disponga de elementos o entidades de naturaleza circular.

Lo ideal sería que el blanco a rectificar contuviera una elipse que contorneara el objeto a cartografiar. Por tanto, este método se estima ideal cuando: primero, se desea la rectificación de pequeñas piezas planas, tipo, monedas; segundo, no existe posibilidad de medir puntos de apoyo; y tercero, no se requieren precisiones elevadas y no existe otro tipo de apoyo o de referencias topográficas.

7. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la ayuda del Ministerio de Ciencia y Tecnología al proyecto HUM2005-03152.

8. REFERENCIAS

Richard Hartley, Andrew Zisserman (2004): "Multiple View Geometry in Computer Vision ". Editorial Cambridge, 2ª edición.
José Luis Lerma García (2002): "Fotogrametría Moderna: Analítica y Digital". Editorial Universidad Politécnica de Valencia.